

10 因子分析の基本

因子分析は、調査系の研究で非常によく使われる分析手法である。ひとことで説明すると「観測可能な変数に基づいて、観測するのが困難な因子を測定する」手法である。質問紙調査や、質問紙による実験パフォーマンスデータの収集をおこなう場合、測定項目が1つあるいはごく少数しか用意されないことはまずなく、通常はたくさんの項目(目安としては3項目以上)が用意されます。こうした、実際に調査や実験で測定する項目のことを観測変数と呼ぶ。

観測変数は、いくつかのものが同じような変動(つまり回答パターン)を持っていることがある。このような変動の共通原因となるものを因子(factor; 潜在変数)と呼ぶ。同じような変動を示す観測変数は、何らかの意味的まとまりを持つ潜在変数を構成していると考え、たくさんの項目からごく少数のそれらを抽出して(つまり、意味的まとまりの次元を縮約して)解釈をおこなうのが、因子分析という手法である。

因子分析は、観測変数である項目の背景にある「直接には観測できない概念(たとえば、自尊心や公的自己意識、ストレスに対する対処スタイルやストレスの種類)」を捉えることに貢献し、複雑な現象の構造を把握し、よりシンプルなかたちで理解するために有用である。

ここではもっとも標準的に用いられている反復主因子法を用いた因子分析をSASで実施する方法と、その出力結果の見方を解説する。サンプルは、対人印象形成におけるパーソナリティ認知に関するSD法形容対18項目のデータである。

表 印象評定に用いた形容詞対18項目(大橋ら, 1973 や林, 1978などを参考に選んだ)

1. 意志が強い	1	2	3	4	5	6	7	意志が弱い
2. うきうきした	1	2	3	4	5	6	7	沈んだ
3. 地味な	1	2	3	4	5	6	7	派手な
4. 頭の悪い	1	2	3	4	5	6	7	頭のよい
5. 外向的な	1	2	3	4	5	6	7	内向的な
6. おしゃべりな	1	2	3	4	5	6	7	無口な
7. つめたい	1	2	3	4	5	6	7	あたたかい
8. 近づきたい	1	2	3	4	5	6	7	人なつこい
9. 人の悪い	1	2	3	4	5	6	7	人の良い
10. 親しみにくい	1	2	3	4	5	6	7	親しみやすい
11. しっかりした	1	2	3	4	5	6	7	頼りない
12. きちんとした	1	2	3	4	5	6	7	だらしない
13. かわいらしい	1	2	3	4	5	6	7	卑屈な
14. 慎重な	1	2	3	4	5	6	7	軽率な
15. 責任感のある	1	2	3	4	5	6	7	責任感のない
16. 真面目な	1	2	3	4	5	6	7	不真面目な
17. 社交的な	1	2	3	4	5	6	7	非社交的な
18. 消極的な	1	2	3	4	5	6	7	積極的な

9.1 因子分析の実際

SASには因子分析のためのプロシージャとして PROC FACTOR が用意されている

PROC FACTOR	
<code>method= prinit</code>	共通性の推定方法に反復主因子法を指定
<code>prior=smc</code>	事前共通性を「重相関係数の2乗(Squared Multiple Correlation)」に指定 ここまではとてあえず「おまじない」として覚えよう
<code>rotate=promax</code>	因子回転方法の指定(「PROMAX 回転」という斜交回転)
<code>nfactors=n</code>	因子数を n に指定(事前に因子数を想定していれば指定)
<code>reorder</code>	因子負荷量の昇順に項目を並び替える
<code>simple</code>	各項目の平均値と標準偏差を出力
;	のついたオプションは必ずしもつけなくてもかまわない
<code>VAR SD01-SD18;</code>	

`rotate=promax`

通常、複数の因子を抽出する場合には因子軸の回転をおこなう。因子軸の回転には、大きく分けて直交回転(各因子は無相関=独立であることを前提とする)と斜交回転(因子間に相関を仮定する)がある。心理変数を因子分析する場合は後者の方が自然であることが多いだろう。なお、rotate オプションで promax を指定すると、varimax 法による直交回転の結果も出力される。因子間相関が非常に低ければ、直交解を採用することも考えられよう

`nfactors=n`

次元をどこまで縮約するかについては、特に指定しなくともいくつかの基準を参考に自動的に決定されるが、分析者が「だいたいこのくらいの数になるだろう」と事前に想定や仮説を持っている場合は、その数を指定することができる。例に挙げた項目群の場合、「パーソナリティ認知に関する特性形容詞対」は3つの次元に分かれることが過去の研究で繰り返し示されているので、`nfactors=3` とするとよい

	Factor1	Factor2	Factor3
SD16	0.62	0.39	0.10
SD15	0.61	0.26	0.23
SD12	0.59	0.34	-0.37
SD04	-0.58	0.06	-0.12
SD14	0.52	0.05	0.37
SD01	0.43	0.16	0.03
SD11	0.41	-0.18	-0.07
SD05	0.18	0.74	0.15
SD17	-0.04	0.67	-0.10
SD06	0.10	0.60	0.09
SD02	0.05	0.57	0.07
SD03	-0.03	-0.55	0.20
SD18	0.30	-0.50	-0.21
SD10	0.28	-0.22	0.65
SD07	0.14	0.27	0.64
SD08	0.05	0.12	0.60
SD09	0.03	0.03	0.58
SD13	0.05	0.18	-0.48

output の見方 1: 因子負荷行列

因子分析の結果でまず注目すべき箇所は、それぞれの因子に対する各項目の因子負荷量を示した因子負荷行列である。SASによる出力では、

varimax 法: 「Rotated Factor Pattern」

promax 法: 「Rotated Factor Pattern

(Standardized Regression Coefficients)」

を見るとよい

因子負荷量とは、それぞれの項目に対して、ある因子がどの程度影響しているかを表す数値であり、直交解の場合は因子と項目の相関係数と同一のものとなる。-1 ~ +1 の値を取り、絶対値が大きければ大きいほど、その因子の影響が大きいと言える。通常 0.40 程度以上の因子負荷量を持つ項目を「第*因子に負荷している」と呼び、その因子を構成する項目と考える。

FACTOR プロシージャでは、reorder オプションを指定することで、因子負荷の状況がどのようになっているかが見やすいよう並び替えがおこなわれた出力が得られる

なお、ある因子に高い負荷量をもつ項目は最低3つないと因子としての構造が安定しないことが知られている

output の見方 2: その他の重要な情報

因子負荷行列の他にも、因子分析の際に参照すべき重要な情報がいくつかある。ここではそれらを簡単に紹介する

因子寄与(直交解のみ)

各変数の因子負荷量の 2 乗和 (= 各変数の共通性の和) で、その因子が全体分散のうちどのくらいの割合を説明しているかを表す値で、output の「Variance Explained by Each Factor」に示されている。この因子寄与の値を分析に投入した項目の数で割れば寄与率が算出できる。各因子の寄与率を合計したものが「その尺度全体で、ある概念をどの程度説明できているか」の百分率だということになる。直交回転を用いた解を採用する場合は、必ず各因子の寄与率を明記する必要がある

共通性

項目の分散のうち因子によって説明される部分の比率。0~1 の値を取り、もし 1 であれば因子によって説明される部分が 100%であることを示す。出力の「Final Commuality Estimates」に示されている。共通性とは逆に、因子によって説明できない部分のことを独自性と呼び、両者を足すと 1 になる

因子間相関(斜交解のみ)

因子間に相関を許す(独立でないことを仮定する)斜交解を採用する場合は、どの程度の関連があるかを示すために、因子負荷行列と共に各因子の相関行列を報告する必要がある。出力の「Inter-Factor Correlations」に示されている。これが極端に高い場合は別の因子として扱うことを再検討した方がよい

Trial and Error が大切!

因子分析では、一度 SAS プログラムを走らせたなら分析完了 ということはまずありえない。下に示したのが実施プロセスをフローチャートにしたものである。

因子分析は、分析過程の中で「分析者が決定する」ことが多い分析手法である。つまり、他の分析と比べると、分析者の恣意性がかなり許される手法だと言える。理想的には、出力例に示したように、各項目がある 1 つの因子に高い負荷量をもつような構造が得られることが因子分析の「ゴール」だと言えるだろう

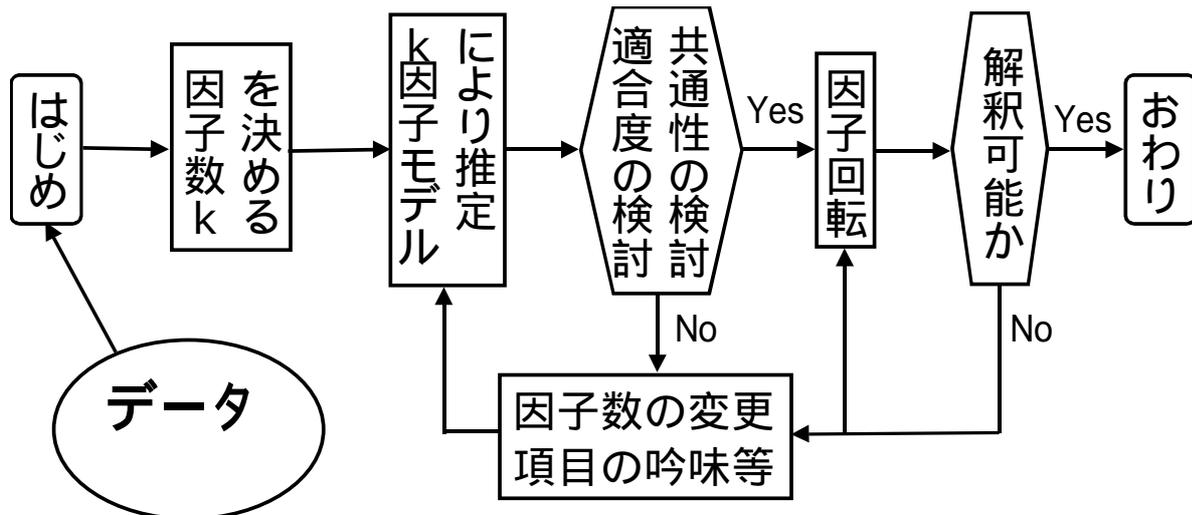


図 因子分析実施プロセスのフローチャート

因子構造の決定 + 因子の解釈と命名

安定した因子構造が得られたと判断したら、各因子がどのような「意味的まとまり」であるかを解釈し、その命名をおこなう。ある因子に大きな因子負荷(絶対値)を持つ項目が、その因子の特徴をよく反映していると考えられるので、それらの内容を眺めて、それぞれに共通した意味や概念を考える

たとえば、対人関係のさまざまな場面でうまくやっていくスキルがあるかどうかを測定する社会的スキル尺度(KiSS-18)の18個の質問項目を因子分析(反復主因子法・プロマックス回転)したら、以下のような結果が得られたとしよう。あなたは、各因子にどのように命名するだろうか？

社会的スキル尺度(KiSS-18; 菊地, 1988)	F1	F2	F3	共通性
kiss08 気まずいことが会った相手と、上手に和解ができる	0.61	-0.18	0.08	0.55
kiss07 こわさや恐ろしさを感じたときに、それをうまく処理できる	0.61	0.22	-0.40	0.50
kiss11 相手から非難されたときにも、それをうまく片づけることができる	0.59	0.15	0.20	0.61
kiss06 周りの人たちとの間でトラブルが起きても、上手に処理できる	0.59	0.28	0.07	0.35
kiss05 知らない人とでもすぐに会話が始められる	0.51	-0.05	0.34	0.41
kiss04 他人が怒っているときに、上手くなだめることができる	0.42	0.08	0.01	0.21
kiss17 周りの人たちが自分とは違った考えを持っていてもうまくやっていける	0.42	-0.26	-0.09	0.17
kiss16 何か失敗したときに、すぐに謝ることができる	0.19	-0.08	0.14	0.06
kiss09 仕事をするとき、何をどうやったらよいか決められる	-0.13	0.70	-0.09	0.46
kiss12 仕事の上で、どこに問題があるかすぐに見つけることができる	0.02	0.60	0.09	0.38
kiss18 仕事の目標を立てるのに、あまり困難を感じない方だ	-0.12	0.59	0.21	0.33
kiss02 他人にやってもらいたいことを、上手く指示することができる	-0.03	0.58	0.08	0.35
kiss03 他人を助けることを、上手にやれる	0.26	0.45	-0.23	0.39
kiss15 初対面の人に、自己紹介が上手に出来る	0.05	0.27	0.64	0.55
kiss10 他人と話しているところに、気軽に参加できる	0.28	-0.28	0.63	0.50
kiss01 他人と話していて、あまり会話が途切れないほうだ	-0.02	0.13	0.61	0.38
kiss13 自分の感情や気持ちを素直に表現できる	-0.02	0.04	0.59	0.34
kiss14 あちこちから矛盾した話が伝わってきても、旨く処理できる	0.04	0.18	-0.19	0.07

斜交解なので因子間相関表を必ずつける

因子間相関			
	F1	F2	F3
F1	1.00		
F2	0.32	1.00	
F3	0.01	0.12	1.00

結果の記述スタイル

例えば、因子分析の結果は以下のように記述する。因子分析表(斜交解の場合は+因子間相関表)を載せれば、そこに含まれている数値について、本文中で改めて言及する必要はない。

「社会的スキル尺度 KiSS18 の 18 項目について反復主因子法による因子分析を行った。先行研究の結果にもとづき 3 因子を抽出し、プロマックス回転を行った。第 1 因子には、「A」「B」「C」などの「他者とのコミュニケーションの際に必要な能力に関する項目が高く負荷していることから「***」因子と命名した。第 2 因子には...(以下略;各因子に関して解釈・命名をおこなう)。」

因子分析が終わったら...

因子分析の結果から、ある項目群を構成する意味的まとまりがいくつか抽出できたら、以降の分析はその「縮約された」次元にもとづいて分析をおこなうことがほとんどである。具体的には、各因子に高い因子負荷量を持つ項目に対する回答値に基づいて、それらを合計した合成変数を新たに作成し、それらと他の変数との関連を検討することになる。多くの場合は、該当する項目に対する回答値(例えばSD法による印象評定なら1~7のいずれか)を単純加算することによって合成変数を作成する

調査法による研究の場合、実は因子分析以降のここからが分析の本番で、本質的な分析のための準備段階として因子分析をおこなうことが多い。例えばt検定、分散分析における群分けや要因水準を設定する基準として用いたり、あるいは従属変数となる場合もあるだろう。また、重回帰分析の従属変数や独立変数として用いられることも多い

The FACTOR Procedure

Initial Factor Method: Iterated Principal Factor Analysis

反復主因子法による因子分析

Prior Communalities Estimates: SMC

kiss01	kiss02	kiss03	kiss04	kiss05	kiss06
0.47248072	0.37754300	0.41845313	0.36033815	0.48329604	0.57235030
kiss07	kiss08	kiss09	kiss10	kiss11	kiss12
0.59115407	0.40812422	0.53283517	0.48553907	0.51789710	0.51704265
kiss13	kiss14	kiss15	kiss16	kiss17	kiss18
0.40429891	0.35400615	0.50581139	0.37583921	0.29051550	0.41842276

Preliminary Eigenvalues: Total = 8.08594752 Average = 0.44921931

	Eigenvalue	Difference	Proportion	Cumulative
1	3.28113136	1.22903123	0.4058	0.4058
2	2.05210013	0.63393777	0.2538	0.6596
3	1.41816236	0.61085493	0.1754	0.8350
4	0.80730744	0.15492784	0.0998	0.9348
5	0.65237959	0.25339329	0.0807	1.0155
6	0.39898631	0.02772915	0.0493	1.0648
7	0.37125716	0.14051227	0.0459	1.1107
8	0.23074489	0.11803544	0.0285	1.1393
9	0.11270944	0.03403444	0.0139	1.1532
10	0.07867500	0.06190603	0.0097	1.1629
11	0.01676897	0.05092448	0.0021	1.1650
12	-.03415551	0.05878131	-0.0042	1.1608
13	-.09293682	0.02093064	-0.0115	1.1493
14	-.11386746	0.08822606	-0.0141	1.1352
15	-.20209352	0.06036989	-0.0250	1.1102
16	-.26246341	0.03628858	-0.0325	1.0778
17	-.29875199	0.03125443	-0.0369	1.0408
18	-.33000643		-0.0408	1.0000

この場合なら、因子数決定基準が
MINEIGEN=1 ならば 因子数 3
MINEIGEN=0 ならば 因子数 11
(Eigenvalue が 1/0 以上のところまで)
であり、また、
PROPORTION=0.7 ならば 因子数 3
PROPORTION=1 ならば 因子数 5
(Cumulative が 0.7/1 を超えたところまで)
となる。上記オプションや nfactored を指定
しない場合はこのうち最小値が採られる

3 factors will be retained by the NFACTOR criterion.

因子数の決定基準はの場合オプション NFACTOR の指定に従っている

Iteration	Change	Communalities							
1	0.2978	0.41295	0.33405	0.38897	0.22726	0.42419	0.54530	0.58787	
		0.36466	0.48031	0.50582	0.49199	0.41160	0.35713	0.09233	
		0.49168	0.07799	0.19686	0.36043				
2	0.0256	0.39550	0.33193	0.38740	0.21108	0.41198	0.54581	0.59528	
		0.35479	0.46836	0.52720	0.49388	0.38602	0.34887	0.07202	
		0.49447	0.05856	0.17742	0.34938				
3	0.0109	0.38864	0.33315	0.38748	0.20920	0.40868	0.54680	0.60023	
		0.35207	0.46473	0.53808	0.49546	0.37906	0.34610	0.07065	
		0.49710	0.05735	0.17331	0.34710				
4	0.0052	0.38564	0.33393	0.38743	0.20903	0.40763	0.54714	0.60300	
		0.35107	0.46333	0.54324	0.49602	0.37713	0.34481	0.07052	
		0.49856	0.05716	0.17239	0.34658				

5	0.0024	0.38428	0.33428	0.38733	0.20904	0.40727	0.54721	0.60452
		0.35061	0.46269	0.54566	0.49618	0.37662	0.34416	0.07048
		0.49928	0.05709	0.17219	0.34644			
6	0.0011	0.38365	0.33441	0.38724	0.20905	0.40714	0.54721	0.60535
		0.35038	0.46237	0.54680	0.49621	0.37650	0.34382	0.07047
		0.49962	0.05706	0.17215	0.34640			
7	0.0005	0.38335	0.33446	0.38719	0.20905	0.40710	0.54719	0.60581
		0.35026	0.46221	0.54734	0.49620	0.37649	0.34365	0.07047
		0.49978	0.05704	0.17215	0.34637			

Convergence criterion satisfied.

Eigenvalues of the Reduced Correlation Matrix:

Total = 6.59584033 Average = 0.36643557

	Eigenvalue	Difference	Proportion	Cumulative
1	3.23025066	1.21660962	0.4897	0.4897
2	2.01364104	0.66141730	0.3053	0.7950
3	1.35222375	0.70542795	0.2050	1.0000
4	0.64679580	0.14240600	0.0981	1.0981
5	0.50438980	0.17646871	0.0765	1.1746
6	0.32792109	0.04245801	0.0497	1.2243
7	0.28546308	0.13497180	0.0433	1.2676
8	0.15049128	0.12017740	0.0228	1.2904
9	0.03031389	0.02694715	0.0046	1.2950
10	0.00336674	0.03631557	0.0005	1.2955
11	-.03294883	0.04314159	-0.0050	1.2905
12	-.07609042	0.08123159	-0.0115	1.2790
13	-.15732200	0.03949299	-0.0239	1.2551
14	-.19681499	0.05483434	-0.0298	1.2253
15	-.25164933	0.09738261	-0.0382	1.1871
16	-.34903195	0.08301662	-0.0529	1.1342
17	-.43204857	0.02106214	-0.0655	1.0687
18	-.45311071		-0.0687	1.0000

Factor Pattern

回転しない因子構造

	Factor1	Factor2	Factor3
kiss06	0.71077	-0.09303	-0.18257
kiss11	0.67240	0.08117	-0.19365
kiss05	0.52464	0.31493	-0.18076
kiss07	0.49467	-0.45493	-0.39262
kiss15	0.49356	0.38181	0.33227
kiss12	0.47375	-0.25333	0.29644
kiss03	0.44116	-0.43799	-0.02712
kiss02	0.41340	-0.25966	0.31007
kiss04	0.40954	-0.03739	-0.19982
kiss08	0.40942	0.16902	-0.39252
kiss16	0.15703	0.15618	-0.08939
kiss10	0.29331	0.67793	-0.04151
kiss13	0.25246	0.46648	0.24961
kiss01	0.32931	0.43248	0.29642
kiss14	0.08043	-0.25258	-0.01411

kiss09	0.35193	-0.46094	0.35481
kiss18	0.39406	-0.15265	0.40962
kiss17	0.12494	0.06996	-0.38942

Variance Explained by Each Factor 回転しない解の因子寄与

Factor1	Factor2	Factor3
3.2302507	2.0136410	1.3522237

Final Commuality Estimates: Total = 6.596115

kiss01	kiss02	kiss03	kiss04	kiss05	kiss06
0.38335093	0.33446392	0.38718516	0.20905206	0.40709844	0.54718539
kiss07	kiss08	kiss09	kiss10	kiss11	kiss12
0.60580735	0.35026397	0.46221238	0.54734251	0.49620494	0.37649005
kiss13	kiss14	kiss15	kiss16	kiss17	kiss18
0.34364700	0.07046681	0.49978046	0.05704198	0.17214947	0.34637265

Rotate オプションを指定しなければここまでで終了

Prerotation Method: Varimax

Orthogonal Transformation Matrix

	1	2	3
1	0.70050	0.61461	0.36269
2	0.06787	-0.56329	0.82346
3	-0.71041	0.55223	0.43630

Rotated Factor Pattern バリマックス解の因子構造

	Factor1	Factor2	Factor3
kiss06	0.62129	0.38843	0.10153
kiss11	0.61410	0.26060	0.22622
kiss07	0.59457	0.34347	-0.36650
kiss08	0.57712	-0.06033	0.11642
kiss05	0.51730	0.04523	0.37075
kiss04	0.42630	0.16243	0.03057
kiss17	0.36892	-0.17766	-0.06698
kiss16	0.18410	-0.04082	0.14657
kiss09	-0.03682	0.67188	-0.09712
kiss12	0.10407	0.59757	0.09255
kiss02	0.05169	0.57157	0.07140
kiss18	-0.02532	0.55438	0.19594
kiss03	0.29857	0.50288	-0.21249
kiss10	0.28096	-0.22453	0.64652
kiss15	0.13560	0.27176	0.63839
kiss01	0.04945	0.12248	0.60490
kiss13	0.03118	0.03024	0.58460
kiss14	0.04923	0.18392	-0.18498

Variance Explained by Each Factor

バリマックス解の因子寄与
 (これを項目数で割ると因子寄与率が算出できる)

Factor1	Factor2	Factor3
2.2768311	2.2715099	2.0477744

Final Commuality Estimates: Total = 6.596115

因子寄与の値を合計するとこの値

各項目の共通性

kiss01	kiss02	kiss03	kiss04	kiss05	kiss06
0.38335093	0.33446392	0.38718516	0.20905206	0.40709844	0.54718539
kiss07	kiss08	kiss09	kiss10	kiss11	kiss12
0.60580735	0.35026397	0.46221238	0.54734251	0.49620494	0.37649005
kiss13	kiss14	kiss15	kiss16	kiss17	kiss18
0.34364700	0.07046681	0.49978046	0.05704198	0.17214947	0.34637265

rotate=varimax を指定すればここまで終了

Rotation Method: Promax (power = 3)

Target Matrix for Procrustean Transformation

	Factor1	Factor2	Factor3
kiss06	0.63894	0.14999	0.00261
kiss11	0.71451	0.05245	0.03340
kiss07	0.48072	0.08902	-0.10527
kiss08	1.00000	-0.00110	0.00768
kiss05	0.57473	0.00037	0.19782
kiss04	0.87411	0.04644	0.00030
kiss17	0.75807	-0.08133	-0.00424
kiss16	0.49395	-0.00517	0.23302
kiss09	-0.00017	0.99983	-0.00294
kiss12	0.00526	0.95687	0.00346
kiss02	0.00077	1.00000	0.00190
kiss18	-0.00009	0.86581	0.03721
kiss03	0.11914	0.54679	-0.04016
kiss10	0.05907	-0.02896	0.67289
kiss15	0.00761	0.05885	0.74245
kiss01	0.00055	0.00802	0.94025
kiss13	0.00016	0.00014	1.00000
kiss14	0.00688	0.34453	-0.34117

Procrustean Transformation Matrix

	1	2	3
1	1.3120743	-0.26662	-0.065914
2	-0.1807321	1.31494575	0.01439017
3	-0.101941	0.03270154	1.13753168

Normalized Oblique Transformation Matrix

	1	2	3
1	0.62022	0.50011	0.33236
2	0.08599	-0.57798	0.81853
3	-0.86583	0.73431	0.48811

Inter-Factor Correlations		プロマックス解の因子間相関	
	Factor1	Factor2	Factor3
Factor1	1.00000	0.32827	0.12679
Factor2	0.32827	1.00000	-0.00353
Factor3	0.12679	-0.00353	1.00000

Rotation Method: Promax (power = 3)

Rotated Factor Pattern (Standardized Regression Coefficients)

プロマックス解の因子構造

	Factor1	Factor2	Factor3
kiss08	0.60832	-0.18116	0.08284
kiss07	0.60763	0.22202	-0.39960
kiss11	0.59168	0.14717	0.19540
kiss06	0.59091	0.27518	0.07097
kiss05	0.50898	-0.05238	0.34392
kiss04	0.42380	0.07970	0.00798
kiss17	0.42067	-0.26390	-0.09129
kiss16	0.18822	-0.07737	0.13640
kiss09	-0.12857	0.70296	-0.08714
kiss12	0.01538	0.60103	0.09479
kiss18	-0.12338	0.58609	0.20596
kiss02	-0.03440	0.58451	0.07621
kiss03	0.25943	0.45386	-0.22512
kiss15	0.05126	0.27015	0.63875
kiss10	0.27615	-0.27562	0.63213
kiss01	-0.01522	0.13240	0.60813
kiss13	-0.01942	0.03993	0.58757
kiss14	0.04039	0.17585	-0.18690

Reference Axis Correlations

	Factor1	Factor2	Factor3
Factor1	1.00000	-0.33139	-0.13546
Factor2	-0.33139	1.00000	0.04819
Factor3	-0.13546	0.04819	1.00000

Reference Structure (Semipartial Correlations)

	Factor1	Factor2	Factor3
kiss08	0.56931	-0.17092	0.08207
kiss07	0.56866	0.20947	-0.39592
kiss11	0.55374	0.13885	0.19359

kiss06	0.55302	0.25963	0.07032
kiss05	0.47634	-0.04942	0.34075
kiss04	0.39663	0.07520	0.00791
kiss17	0.39370	-0.24899	-0.09045
kiss16	0.17615	-0.07300	0.13514
kiss09	-0.12032	0.66323	-0.08633
kiss12	0.01439	0.56706	0.09392
kiss18	-0.11547	0.55297	0.20406
kiss02	-0.03219	0.55148	0.07551
kiss03	0.24280	0.42821	-0.22304
kiss15	0.04798	0.25488	0.63285
kiss10	0.25845	-0.26005	0.62630
kiss01	-0.01424	0.12491	0.60253
kiss13	-0.01818	0.03768	0.58216
kiss14	0.03780	0.16591	-0.18518

Variance Explained by Each Factor Eliminating Other Factors プロマックス解の因子寄与 1

Factor1	Factor2	Factor3
1.9892609	1.9670380	1.9908806

Factor Structure (Correlations)

	Factor1	Factor2	Factor3
kiss08	0.55935	0.01824	0.16061
kiss07	0.62984	0.42289	-0.32334
kiss11	0.66476	0.34071	0.26990
kiss06	0.69024	0.46890	0.14492
kiss05	0.53539	0.11349	0.40864
kiss04	0.45098	0.21879	0.06143
kiss17	0.32247	-0.12549	-0.03702
kiss16	0.18011	-0.01607	0.16054
kiss09	0.09114	0.66106	-0.10592
kiss12	0.22469	0.60574	0.09462
kiss18	0.09513	0.54486	0.18825
kiss02	0.16714	0.57295	0.06979
kiss03	0.37988	0.53982	-0.19382
kiss15	0.22093	0.28472	0.64429
kiss10	0.26583	-0.18720	0.66812
kiss01	0.10535	0.12526	0.60574
kiss13	0.06818	0.03148	0.58497
kiss14	0.07441	0.18977	-0.18240

Rotation Method: Promax (power = 3)

Variance Explained by Each Factor Ignoring Other Factors プロマックス解の因子寄与 2

Factor1	Factor2	Factor3
2.6352122	2.4811471	2.1240187

Final Commuality Estimates: Total = 6.596115 因子寄与を合計しても...

各項目の共通性(前出バリマックス回転と同じ値)

kiss01	kiss02	kiss03	kiss04	kiss05	kiss06
0.38335093	0.33446392	0.38718516	0.20905206	0.40709844	0.54718539
kiss07	kiss08	kiss09	kiss10	kiss11	kiss12
0.60580735	0.35026397	0.46221238	0.54734251	0.49620494	0.37649005
kiss13	kiss14	kiss15	kiss16	kiss17	kiss18
0.34364700	0.07046681	0.49978046	0.05704198	0.17214947	0.34637265

因子分析の基礎知識

因子分析に関わるさまざまな用語説明と、分析における TIPS

主成分分析と PROC FACTOR

SAS で単に PROC FACTOR を実行すると、各オプションはデフォルト値(method=prin(p), prior=one)であると判断されて結果が出力される。しかし、このオプションで実行されるのは実は因子分析ではなく「主成分分析」である。

主成分分析と因子分析の関係は非常に似通っていてややこしい。しかし、とりえず質問紙項目に「潜在的な意味構造を仮定した」分析をおこなう場合には、主成分分析は不適切である。よって、因子分析がおこないたい場合は、必ずオプションを指定して分析をおこなわなければならない。統計的な詳しい解説は統計関連の講義に譲り、とりえず今のところは「method=prin / prin prior=smc」という呪文だと思っておこう。

なお、反復主因子法に取って代わりつつある推定方法に最尤(さいゆう)法がある。SAS では method=ml と指定すればよい。これはモデルの適合度も検討できるのでよい手法だが、共通性の反復推定の規程が厳しいため、不適解(分析できなくて途中でストップする)が出やすいことが知られている。

因子数の決定

準拠する先行研究がないなど、事前に因子数が想定できない場合は、まず因子数を指定せずにプログラムを走らせ、(SAS に因子数を決めてもらった)データを眺めてみよう。決定した因子数で OK なら次のプロセスに進むが、解釈しにくい(因子名がつけにくい)なあと判断したら、下記の基準に従って因子数を指定して再分析してみるとよい。

因子数決定には、特に統計的に一意に定められた基準があるわけではなく、ある程度研究者の恣意性が認められている。なお、抽出できる因子数の上限は、項目数の 1/3 以下であることが望ましい。

標準化されている尺度を用いたのなら、まずは、先行研究と同じ因子数を指定(NFACTORS=任意の因子数)してみよう。また、因子数を決定する外的基準が特にない場合は、下記のようなオプションを指定してもよい

- ⌘ 固有値(Eigenvalue)が 1 以上の因子まで(ガットマンルール): オプション MINEIGEN=1
- ⌘ 累積寄与率(Cumulative)が 70%(など適当に大きな値)を超えるまで: オプション PROPORTION=0.7
- ⌘ 固有値の減少量がなだらかになる直前の固有値番号(スクリー法): オプション SCREE でプロットが出力される

なお、何もオプションを指定しないで PROC FACTOR を実行すると、SAS は NFACTORS=観測変数の数、MINEIGEN=0(ただし事前共通性≠1の場合)、PROPORTION=1のいずれかの基準で定められる因子数のうち、最小のものを採用する。

因子負荷量

それぞれの変数に対して第*因子がどの程度影響しているかを表す数値であり、直交解の場合は因子と変数との相関係数と同一のものである。絶対値が大きければ大きいほど、その因子の影響が大きいと言える。-1~+1の値を取るが、通常 0.40 程度以上の因子負荷量を持つ変数を「第*因子に負荷している」と呼び、その因子を構成する項目と考えることが多い。複数の因子に同じように高い負荷量を持つことを「多重負荷」と呼び、このような項目が多数ある因子分析結果は解釈が困難である。

因子寄与

各変数の因子負荷量の 2 乗和(=各変数の共通性の和)で、その因子が全体分散のうちどのくらいの割合を説明しているかを表す値。アウトプットの[Variance Explained by Each Factor]に示されている。因子寄与の値を項目数で割れば寄与率が算出できる。各因子の寄与率を合計したものが「その尺度全体で、ある概念をどの程度説明できているか」の百分率だと考えればよい。バリマックス回転など直交回転を用いた解を採用する場合は、必ず因子寄与率を明記する必要がある。

しかし、因子間相関を前提とするプロマックス解など斜交回転の場合は、因子寄与の合計が各項目の共通性の和と等しくない(逆に言えば、バリマックス解の場合は共通性の合計は各因子の因子寄与の合計と等しい)ので寄与「率」をうまく説明できない(すべて足しても 100%にならない)。

共通性

観測変数の分散のうち因子によって説明される部分の比率。0~1の値を取り、もし 1 であれば因子によって説明される部分が 100%であることを示す。逆に、因子によって説明できない部分のことを独自性(uniqueness)と呼び、両者を足すと 1 になる。因子分析をおこなう際には、あらかじめこの値を推定するための初期値を与えてやる必要がある。通常は重相関係数(現実のデータyと予測式による予測値y'の相関係数)の 2 乗(prior=smc オプション)を用いること

が多い。なお、分析の結果、共通性の推定値が極端に低い項目は、より正確で安定した因子構造を得たい場合の有力な削除候補となる。

項目選択

以上の手続きで何らかの因子構造を得たとしても、必ずしも常に「美しい」結果が得られるわけではない。複数の因子に同程度の高い負荷量を持つ項目や、いずれの因子にもじゅうぶんな負荷量を持たない項目が出現することが多い。その場合は、それらの項目を分析から除外して、再度因子分析をおこなうことになる。項目選択の際は、各項目の共通性の数値も参考になる（なお、敢えて「座りの悪い」項目を分析に残す場合は、それなりの理論的根拠が必要である）。

因子の命名

安定した因子構造が得られたと判断したら、因子の命名をおこなう。その因子に大きな因子負荷（絶対値）を持つ項目が、その因子の特徴をよく反映していると考えられるので、それらの内容を眺めて、それぞれに共通した意味や概念を考える。ただし、reorder オプションをつけた場合も、マイナスの負荷量を持つ項目は絶対値が大きくても上の方に来ないので注意しよう。

最低必要なサンプル数

理論的な結果はない。抽出する因子が多ければそれに合わせて必要なサンプルサイズも大きくしなければならぬ（前項参照）ので、一概には言えない。1 因子モデルの場合、ちょうど項目数の 10 倍のサンプル数が必要だと言われている。2 因子以上になれば、当然さらなるサンプルが必要になる。

信頼性係数(Cronbach の α 係数)の算出

社会心理学の場合、因子分析はあくまでも本質的な分析のための準備段階であることが多い。上記のプロセスを経て因子が確定した後は、各因子を尺度とみなして合成

変数を作成（評定値や因子得点[オプション score で算出]を使うことが多い）し、分散分析や重回帰分析による検討をおこなうことになる。その際、各尺度の信頼性（内的一貫性；目的とする特性を測定する質問項目群であるか）を保証しておく必要があるため、信頼性係数を算出する。Cronbach の α 係数が 0.80 以上あれば、その尺度は信頼性が高いとされる。この α 係数が 0.60 以下しかないような場合は、尺度としての信頼性が保証されていないと考え、その後の分析に使うことは控えたい。

合成変数の作成

各因子に高い因子負荷量を持つ項目に対する回答値（あるいは因子得点）に基づいて合成変数を作成する場合、必ずしも「高い負荷量を持つ項目すべて」を利用する必要はない。多くの項目が高く負荷している場合は、その中で相対的に高い負荷量を持つ 3,4 項目を選んでかまわない。ただし、因子ごとに選ぶ項目の量は同一の方がわかりやすい（絶対値の比較がしやすい）し、信頼性係数の値にも注意を払う必要がある（ α 係数は、項目が増えれば増えるほど向上するため、信頼性の基準としては「いい加減」な側面もある）。

プロマックス解の時の因子寄与の書き方

ML 法の場合は、説明分散が unweighted と weighted の二つ出力されるが、余程のことがない限りは unweighted を記述する。Eliminating が「他の因子の影響を除去した場合（過小評価）」で、Ignoring が「無視した場合（過大評価）」である。とりあえず、前者を取って、寄与率は、合計しても 100% にならないのだから計算しても意味がないので計算しなくてよい。必ずどっちを取ったのが注に明記する必要がある。